Тема 5. Распределение наработки по закону Вейбулла

Распределение Вейбулла / *распределение экстремальных значений типа III* – распределение вероятностей непрерывной случайной величины t с функцией распределения

$$F(t) = 1 - \exp\left(-y^{b}\right), \qquad (2.44)$$

где $t>c$; $y=(t-c)/a$; а параметры $-\infty<c<+\infty$, $a>0$, $b>0$.

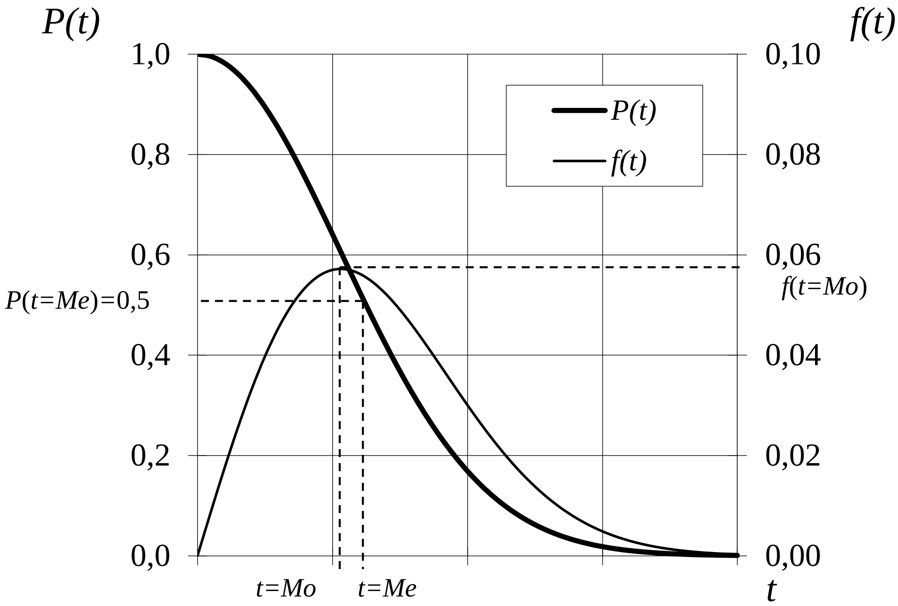
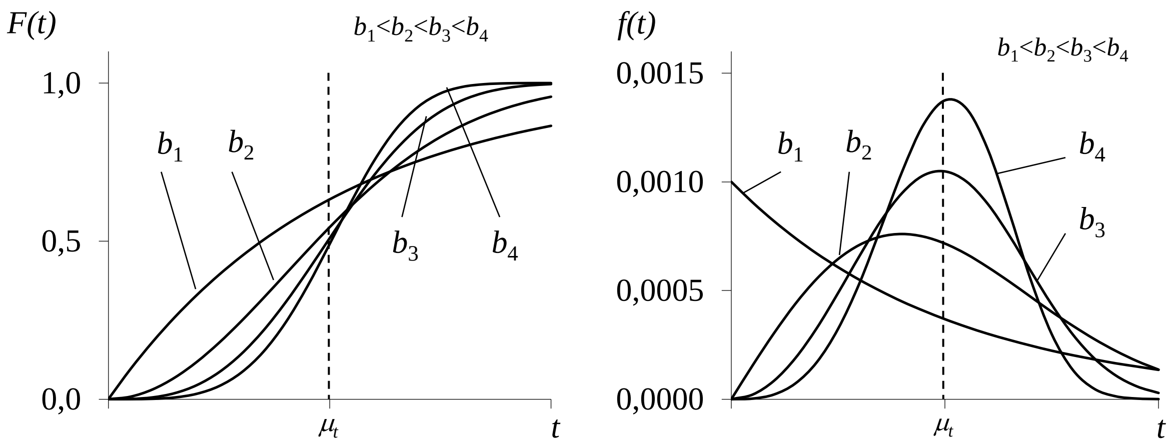


Рисунок 2.12 – Распределение Вейбулла

Параметр b определяет форму распределения (рисунок 2.13).



а) кривые функции распределения *б*) кривые плотности распределения

Рисунок 2.13 – Форма кривых функции и плотности распределения Вейбулла

Распределение Вейбулла при c=0 именуют также двухпараметрическим распределением Вейбулла (Вейбулла-Гнеденко) с функцией распределения

$$F(t) = 1 - \exp\left(-(\rho t)^b\right), \tag{2.45}$$

где $t>0$; $\rho>0$, $b>0$.

Для распределения Вейбулла-Гнеденко математическое ожидание случайной величины имеет вид

$$\mu_t = \rho^{-1}\Gamma\left(1+b^{-1}\right),$$

а ее дисперсия

$$D = \sigma^2 = \rho^{-2}[\Gamma\left(1+b^{-1}\right) - \Gamma^2\left(1+2b^{-2}\right)].$$

При этом интенсивность определяется как

$$\lambda(t) = b\rho^b t^{b-1}.$$

Биномиальное распределение – распределение вероятностей дискретной случайной величины t, принимающей любые целые значения от 0 до n, такое, что

$$Pr[T=t] = \binom{n}{t} p^t (1-p)^{n-t} \tag{2.46}$$

при t=0, 1, 2, ..., n и параметрах: n=1, 2, ... и $0<p<1$,

где $\binom{n}{t} = \dfrac{n!}{t!(n-t)!}$.

Распределение Пуассона – распределение вероятностей дискретной случайной величины t такое, что

$$Pr[T = t] = \frac{m^t}{t!} e^{-m} \tag{2.47}$$

при t=0, 1, 2, ... и параметре m>0.

При этом:

1) Математическое ожидание и дисперсия распределения Пуассона равны параметру m.

2) Распределение Пуассона можно использовать для аппроксимации биномиального распределения, когда n – велико, p – мало, а произведение $np=m$.

Распределение Эрланга – распределение вероятностей непрерывной случайной величины, плотность распределения вероятностей которой

$$f(t) = \frac{\rho(\rho t)^{m-1}}{(m-1)!} e^{-\rho t} \tag{2.48}$$

при $t \geq 0$, m=1, 2, ... и параметре ρ>0.

Для двухпараметрического распределения Эрланга математическое ожидание случайной величины имеет вид

$$\mu_t = m\rho^{-1},$$

а ее дисперсия определяется как

$$D = \sigma^2 = m\rho^{-2}.$$